

# Module 1 Het gebruik van Maple, inleiding

---

<b>Onderwerp</b>	Inleiding tot het gebruik van Maple.
<b>Voorkennis</b>	Geen.
<b>Expressies</b>	<code>+, -, *, :=, ' ', :, ;, #, %,%%,%%%, ?, restart</code>
<b>Zie ook</b>	Module 2.

---

## 1.1 Voordat u begint...

Er zijn diverse manieren om met Maple te werken, de zogenaamde *user interface*. In dit boek zullen we voornamelijk werken met **Standard Maple 14** (de andere versies zijn: *Classic Worksheet Maple 14* en *Command-line Maple 14*). Onder het Programs-menu op uw PC zal de standaardversie waarschijnlijk gewoon onder de naam Maple 14 te bereiken zijn.

Deze standaard-versie heeft nog twee verschillende varianten: de *document mode* en de *worksheet mode*. Zoals de naam al zegt, is de eerste versie vooral bedoeld om netjes opgemaakte documenten te maken. Een beetje oneerbiedig gezegd is dat eigenlijk een soort ‘tekstverwerker met ingebouwde reken Capaciteiten’. Wij zullen uitsluitend in de *worksheet mode* werken, want dan hebben we veel beter onder controle welke rekenopdrachten we precies geven. Helaas is het de standaardinstelling van Maple om in *document mode* te werken, en we moeten dus meteen aan het begin uitdrukkelijk aangeven dat we dat niet willen (en de *worksheet mode* dan natuurlijk tot de standaardinstelling maken).

Als u het programma start, dan ziet u waarschijnlijk eerst een **Startup**-venster. Kies hierin: **Start with Blank Worksheet**. Kies vervolgens in de bovenste menubalk **Tools** → **Options...** en in het venster dat dan opent het tabblad **Display**. Verander zonodig **Input display in Maple Notation**. Kijk vervolgens onder het tabblad **Interface** en verander **Default format for new worksheets in Worksheet**. Klik tenslotte op **Apply Globally** en u hebt precies dezelfde instellingen als die waarmee de voorbeelden in dit boek zijn gemaakt.

Het kan overigens best zijn dat u zelf de voorkeur geeft aan **2-D Math Notation** voor de **Input display**, vooral als u gewend bent aan de één of andere ‘formule-editor’. Experimenteer daar eens mee, bijvoorbeeld aan de hand van opgave 1.2.

## 1.2 Het werkblad

Als Maple is gestart vertoont het scherm een leeg *werkblad* (*worksheet*) dat als volgt is opgebouwd:

- De eerste regel geeft tegen een blauwe achtergrond de tekst: Untitled(1) – [Server (1)] – Maple 14;
- de tweede regel, met **F**ile **E**dit **V**iew **I**nset **F**ormat ... is de *Menu bar*. Als u een van deze woorden aanklikt), dan verschijnt er een submenu waaruit u kunt kiezen;
- de derde regel is de *Tool bar*, een hele rij met zogeheten *buttons*. De betekenis van deze buttons wordt kort aangegeven als u met de muis de cursor er naartoe beweegt;
- daaronder staat de *Context bar*, een tweede *Tool bar* die afhangt van waar u mee bezig bent;
- links staat een kolom met zogenaamde *paletten*. Deze kunnen soms behulpzaam zijn bij het invoeren van ingewikkelde commando's of ongewone symbolen.
- ten slotte een wit veld, het eigenlijke werkblad, met linksboven het symbool [**>**] (de *input-prompt*).

## 1.3 Berekeningen: exact en numeriek

Maple is een verzameling computerprogramma's (een 'pakket') en is bedoeld als hulpmiddel bij het analyseren en oplossen van wiskundige problemen. We kunnen Maple gebruiken voor uiteenlopende zaken, zoals manipulaties met wiskundige formules, oplossen van vergelijkingen, numeriek rekenen en tekenen van grafieken.

Maple is een *interactief* pakket. Dit betekent dat de gebruiker via het toetsenbord aan Maple *opdrachten* kan aanbieden, waarna Maple direct probeert deze naar beste kunnen uit te voeren. We lichten dat toe aan de hand van een voorbeeld.

### Voorbeeldopgave

Bereken  $\frac{17 + 18}{2 \times 5 - 1}$ ; Bereken  $\sqrt{2}$ .

De 'opdrachten' zullen hier eenvoudigweg uit formules bestaan. Om Maple aan te geven dat de gehele opdracht is ingevoerd, zodat het

kan beginnen met de uitvoering hiervan, moet de opdracht worden afgesloten met een dubbele punt en de [Enter]-toets of een puntkomma en de [Enter]-toets. In het eerste geval (dubbele punt) wordt het resultaat van de uitvoering *niet*, in het tweede geval (puntkomma) *wel* aan de gebruiker getoond. In *beide* gevallen wordt de berekening echter wél uitgevoerd. Wanneer de : of de ; wordt vergeten, maar wel een [Enter] wordt gegeven, dan start Maple wél met de opdracht, maar geeft een waarschuwing dat het zelf een ; heeft toegevoegd. Dus:

- Puntkomma of dubbele punt betekent: ‘opdracht klaar’;
- Indrukken van de [Enter]-toets betekent: ‘begin met de uitvoering van de opdracht(en)’.

Een opdracht aan Maple noemen we ook wel een *statement*.

### Voorbeeldsessie

```
> (17+18)/(2*5-1);
      35
      9
> 2^(1/2); 2^(0.5);
      √2
      1.414213562
```

### Toelichting

Kennelijk laat Maple het antwoord (35/9) staan, en maakt hiervan niet 3.88...

Dit is in het algemeen zo: Maple probeert exacte antwoorden te geven als de invoer ook in exacte vorm is gegeven. Zodra in de invoer minstens één getal met een decimale punt voorkomt, wordt dat getal als een afronding, dus als een decimale benadering van een reëel getal gezien.<sup>1</sup> In dat geval wordt het antwoord ook in decimale benadering gegeven, zoals het tweede voorbeeld laat zien. Later, in Module 3, zullen we zien hoe ook van een exact antwoord een benadering kan worden verkregen.

> Het teken > aan het begin van een regel heet de *prompt*, en geeft aan dat Maple op nieuwe invoer wacht. Er kunnen verschillende opdrachten in één invoerregel worden gegeven (zoals in de tweede regel van het voorbeeld is gebeurd). Maple begint pas met het uitvoeren van de opdrachten als op de [Enter]-toets wordt gedrukt en geeft de resultaten onder elkaar. ◇

<sup>1</sup>Zie verder §2.1 voor (decimale) getallen

! Let op dat 'kommagetallen' niet met een *komma*, maar met een *punt* worden genoteerd. Dus *niet*: 3,14, maar: 3.14.

#


**Commentaar.** 'Opdrachten' die beginnen met het teken # worden niet opgevat als opdracht, maar als *commentaar*. In feite wordt alles wat achter # staat door Maple genegeerd, het mag dus ook na de puntkomma van een gewone opdracht worden gebruikt.

## 1.4 Execution groups

Als de input-prompt zichtbaar is kunt u beginnen met een Maple-commando in te typen; dergelijke commando's (*Maple input*) worden in rode letters op het scherm weergegeven. Een inputregel wordt aan het programma doorgegeven (dat wil zeggen dat de betreffende opdracht wordt uitgevoerd) als u [Enter] indrukt. Het resultaat (*2D Output*) komt in blauwe letters op het scherm.

Als er een fout is gemaakt kunt u een bestaande inputregel verbeteren door met de muis of de pijltjestoetsen de cursor op de fout te zetten, deze te verbeteren en (meteen) op [Enter] te drukken. U hoeft daarvoor niet eerst de cursor naar het einde van de betreffende regel te verplaatsen. U zult er wel even aan moeten wennen dat [Enter] in dit geval *niet* betekent: "ga naar een nieuwe regel", maar: "voer de opdracht(en) van deze regel uit."<sup>2</sup>

[Enter] geeft dus alle bij elkaar behorende opdrachten (die eventueel meer dan één regel kunnen beslaan) door aan het programma. Wélke opdrachten bij elkaar horen is te zien aan de vierkante haak ( [ ] ) aan de linkerkant. We noemen dat een *execution group*. Als u op [Enter] drukt in een rood Maple-commando springt de cursor, na uitvoering van de opdracht, automatisch naar de volgende execution group, er wordt een nieuwe gemaakt als we onderaan het werkblad zijn.

Een *nieuwe* execution group wordt gemaakt met de -button in de toolbar. Ook het **I**nser-submenu in de menu bar is daarvoor te gebruiken.

Een hele execution group, dus inclusief eventuele blauwe output en zwart commentaar, kunt u *verwijderen* door op [Ctrl]-[Delete] te drukken. Meestal zult u dat *twee* keer moeten doen, een keer voor de (rode) input, en een keer voor de (blauwe) output.

<sup>2</sup>Zie echter ook §2.2.

## 1.5 Variabelen: de toekenningsoperator

Het resultaat van een opdracht kan ook worden toegekend aan een *variabele*. Zo kan dit resultaat later nog eens worden gebruikt. Dit toekennen gebeurt middels de *toekenningsoperator* (of *assignment-operator*) `:=`. Met het commando `a := 3;` wordt aan de *variabele* `a` de *waarde* 3 toegekend. Dat betekent in grote trekken dat in het vervolg steeds als de letter `a` wordt gebruikt, Maple daar automatisch direct 3 voor invult.

! Een veel gemaakte vergissing is het gebruik van `=` in plaats van `:=`. Met `a = b` wordt echter een *vergelijking* gedefinieerd en dat is op zichzelf een Maple-expressie. Door het commando `a = b` verandert er dus niets aan de waarde van `a`. Men zou zelfs de vergelijking `a = b` kunnen toekennen aan de variabele `x` door de toekenning `x := a = b`. Zie verder Module 5.

Met één toekenning kunnen diverse variabelen ‘tegelijk’ elk van een waarde worden voorzien. Zo heeft

```
a,b,c := 11,4,6;
```

hetzelfde effect als

```
a:=11; b:=4; c:=6;
```

De aan een variabele toe te kennen waarde hoeft geen *getal* te zijn, het mag bijvoorbeeld ook een formule zijn die eventueel zelf variabelen bevat. Zo’n formule heet een (Maple-) *expressie*. Zo zal na de toekenning

```
p := a*x^2 + b*x + c;
```

telkens als de variabele `p` wordt gebruikt, deze worden vervangen door de formule  $ax^2 + bx + c$ .

Wanneer een waarde is toegekend aan een variabele (bijvoorbeeld aan `a`) dan kan deze toekenning ongedaan worden gemaakt door het commando `a := 'a';` (en *niet* door het verwijderen van het statement waarin de toekenning werd gedaan). Met deze opdracht wordt als het ware de variabele `a` weer vrij gemaakt. Het symbool `'` is de (gewone) *quote*, op de meeste toetsenborden te vinden onder het aanhalings-teken (`"`). In Module 25 zullen we nader ingaan op het gebruik van deze quotes.

`restart` We kunnen ook alle toekenningen in één keer ongedaan maken met het commando `restart`. Het is een goede gewoonte om elk nieuw probleem met het `restart`-commando te beginnen — tenminste als daarbij geen gebruik gemaakt zal worden van de resultaten van vorige berekeningen.

### Voorbeeldsessie

```
> p := a*x^2 + b*x + c;
                                     p := ax2 + bx + c
> a,b,c := 11,4,6;
                                     a, b, c := 11, 4, 6
> p;
                                     11x2 + 4x + 6
> a := 7;
   p;
                                     7x2 + 4x + 6
> b := 'b': p;
                                     7x2 + bx + 6
```

### Toelichting

De variabelen  $a, b, c$  die in de formule voor  $p$  zijn gebruikt, kunnen we ook later nog een waarde geven. We kunnen deze waarden zelfs veranderen of weer vrij maken. Merk op dat het intikken van de naam van een variabele, gevolgd door een puntkomma en de [Enter]-toets de waarde oplevert die die variabele op dat moment heeft.  $\diamond$

Het is mogelijk om links en rechts van de toekenningsoperator dezelfde variabelen te gebruiken, maar men moet er een beetje mee oppassen. De opdrachten

```
x := 4: x := x + a;
```

geven het verwachte resultaat  $x := 4 + a$ . Dat komt omdat – in dit geval – eerst in de uitdrukking rechts van de toekenningsoperator de bekende waarde van  $x$  wordt ingevuld, en vervolgens het resultaat ervan wordt toegekend aan de variabele met de naam  $x$ . Als de waarde van  $x$  iets ingewikkelders is dan een getal, bijvoorbeeld een matrix, dan gaat het meestal niet goed. Uiteraard gaat het ook mis als  $x$  helemaal geen waarde heeft. Zie verder Module 25.

**Namen van variabelen** Bijna alle voor de hand liggende letters en lettercombinaties mogen als naam voor een variabele worden gebruikt. Een paar dingen moet u daarbij in de gaten houden:

- Er wordt onderscheid gemaakt tussen hoofdletters en kleine letters. Zo is `a` een andere variabele dan `A`.
- Griekse letters kunt u gebruiken als naam, door ze voluit te typen (`lambda` wordt  $\lambda$ , enzovoort) of ze uit het palet links op het scherm te halen.
- Sommige namen kunnen niet worden gebruikt omdat ze al een vastgelegde betekenis hebben. Beruchte voorbeelden zijn `D` en `gamma`.

Zie verder §2.3

## 1.6 Verwijzingen

`%` Het resultaat van de *laatste* opdracht die is uitgevoerd wordt (automatisch) toegekend aan de speciale variabele `%`.

**!** `%` verwijst naar de laatste opdracht die is *uitgevoerd*, en dat hoeft niet de opdracht te zijn die er op het scherm direct boven staat. Het verdient daarom aanbeveling er een gewoonte van te maken om `%` uitsluitend te gebruiken in dezelfde 'execution group' (zie 1.4) als het statement waarnaar `%` verwijst.

`%%`  
`%%%` Evenzo worden de resultaten van de voorlaatste en de voor-voorlaatste opdrachten toegekend aan de speciale variabelen `%%` en `%%%`. Deze variabelen worden wel aangeduid met de term *nul-operatoren* of *ditto-operatoren*.

### Voorbeeldsessie

```
> restart;
> (17+18)/(2*5-1);
```

$$\frac{35}{9} \tag{1}$$

```
> p := % + 5;
```

$$p := \frac{80}{9} \tag{2}$$

```
> # Gevaarlijk
> (17+18)/(2*5-1);
```

$$\frac{35}{9} \tag{3}$$

> p := % + 5;

$$p := \frac{125}{9} \tag{4}$$

> # in de bovenstaande regel is "per ongeluk" TWEE keer op [Enter]  
# gedrukt.

> (17+18)/(2\*5-1): p := % +5; # dit is beter;  
# je kunt net zo vaak op [Enter] drukken als je wilt

$$p := \frac{80}{9} \tag{5}$$

> # andere mogelijkheid:

> p := (1) + 5;

$$p := \frac{80}{9} \tag{6}$$

## Toelichting

In het bovenstaande voorbeeld kunt u zien dat het gebruik van % in een aparte *execution group* tot rare resultaten kan leiden. Vermijd dat dus zo veel mogelijk.

Merk op dat elke uitkomst van een berekening een nummer (*label*) meekrijgt.<sup>3</sup> Deze kunnen we ook gebruiken, zoals we in de laatste opdracht hebben gedaan. De verwijzing “(1)” in het commando `p := (1) + 5;` kun je maken via **I**nser**I**t Label of [Ctrl]-L. en *niet* door zomaar (1) te typen.  $\diamond$

## 1.7 Bewaren van resultaten

Het geheel van alle opdrachten, samen met de resultaten hiervan en de commentaarregels die op het scherm zijn verschenen sinds het moment van opstarten van Maple, noemen we een *sessie*. Er kunnen verschillende werkbladen tegelijk actief zijn; tezamen vormen deze de sessie. Denk eraan dat de toekenningen die u maakt normaliter alleen

---

<sup>3</sup>Dit is het geval in de *standaard*-versie. In de *Classic Worksheet*-versie is dit niet zo. In het vervolg zullen we die nummers in de voorbeeldsessies dan ook meestal weglaten.



gelden voor het werkblad waarin ze zijn gedaan, dus niet in de *gehele* sessie.<sup>4</sup>

Elk werkblad kan gemakkelijk worden opgeslagen op schijf (via het File-menu). Voor de naam van het bestand moet u zoiets kiezen als `werkblad.mw`. Het is belangrijk dat de bestandsnaam eindigt op `.mw` (Maple Worksheet); hieraan kan het programma later herkennen dat het een volledig werkblad betreft. Als u na File → Save as... gewoon de naam `werkblad` opgeeft, dan zet Maple er automatisch `.mw` achter.

! Maak er een gewoonte van om regelmatig uw werk op deze manier te bewaren. Hiermee voorkomt u dat u alles wat u gedaan hebt moet overdoen als de stroom uitvalt, als u een fout maakt waardoor het systeem blijft ‘hangen’, of – niet denkbeeldig – als u op een fout in Windows stuit.

Als na het starten van Maple, via het File-menu, zo’n `.mw`-bestand wordt ingelezen, ziet uw werkblad er precies zo uit als toen het werd opgeslagen. U kunt echter nog niet direct verdergaan op het punt waar u de vorige keer was gebleven, omdat Maple de erin voorkomende opdrachten nog niet heeft uitgevoerd. Voordat u verder kunt, zult u dus eerst op elke Maple-opdracht een keer de [Enter]-toets moeten indrukken om de eindtoestand te herstellen (gebruik eventueel de **!!!**-knop).

Zie §2.5 voor andere mogelijkheden om (gegevens uit) het werkblad op te slaan.

## 1.8 De helpopdracht

Veel vragen kunnen ‘online’ worden opgelost met de helpopdracht. Deze opdracht wordt aangeduid met het vraagteken. Men kan bijvoorbeeld hulp vragen over het commando `simplify` door `?simplify` te typen. Algemene informatie over het gebruik van de help-faciliteiten in Maple krijgt u met het commando `?HelpGuide` (denk om de hoofdletters).

<sup>4</sup>Dit is de standaard-instelling. Via Tools → Options... kunt u Kernel Mode veranderen in Shared, waardoor alle gemaakte toekenningen in alle werkbladen geldig zijn.

## 1.9 Enkele praktische tips; veel gemaakte fouten

Maple is, zoals gezegd, een interactief programma. Dat betekent dat u tamelijk onbekommerd van alles kunt uitproberen en alles wat niet tot het gewenste resultaat leidt weer van het scherm kunt verwijderen. Weest u daarin vooral niet terughoudend! Maar besef daarbij goed dat het programma *alles* onthoudt wat het heeft berekend, óók als de desbetreffende toekenning van het scherm is verwijderd, tenzij u zélf uitdrukkelijk aangeeft dat een toekenning ongedaan gemaakt moet worden (bijvoorbeeld door ' ' te gebruiken).

### Voorbeeldsessie

```
> a := 2;
                                     a := 2
> a^2;
                                     4
> a := 3;
```

Zet nu de cursor op de tweede regel en druk op [Enter]. Als u nu ook nog de laatste regel verwijdert, hebt u een merkwaardige worksheet gekregen. Veel moeilijk te ontdekken fouten zijn op dit principe terug te voeren.

In vele gevallen zal het nuttig zijn een ‘blanco’ toestand te creëren door het commando **restart** te geven<sup>5</sup> en desnoods alle van belang zijnde commando’s nog eens uit te laten voeren. Denk eraan dat na **restart** óók alle eventueel ingelezen bibliotheken en procedures zijn ‘vergeten’.

Als u een (type-)fout gemaakt hebt: lees *altijd* de door Maple gegeven foutmelding. Deze is vaak veel informatiever dan zij op het eerste gezicht lijkt. Bovendien zet Maple vaak de cursor neer op de plaats van uw invoer waarop het geconstateerd heeft dat er een fout gemaakt moet zijn. Vanuit dat punt kunt u dan terugzoeken waar de fout gemaakt is.

Lang niet altijd echter zal Maple een foutmelding geven. Bijvoorbeeld, als u “a:5;” typt in plaats van “a:=5;” dan zal dat worden opgevat als *twee* afzonderlijke commando’s, namelijk: “a:” (geen

<sup>5</sup>In een Windows-omgeving kan dit ook met behulp van een knop in de *Tool bar*.

uitvoer wegens de dubbele punt) en “5;”, óók een correct Maple-statement. De uitvoer op het scherm is dan:

$$5$$

in plaats van het verwachte

$$a := 5$$

Op dezelfde manier zal “a=5;” in plaats van “a:=5;” ook geen foutmelding geven. Echter, door “a=5;” wordt aan  $a$  geen waarde toegekend omdat dit een *vergelijking* is (zie §5.2). Dit is nog verraderlijker dan de vorige fout, omdat de uitvoer op het scherm

$$a = 5$$

is, en daaraan valt het niet zo op dat er een dubbele punt ontbreekt. Als een Maple-commando verkeerd gespeld is, bijvoorbeeld `symplyfy(p)`, dan zal Maple niet klagen, maar terugkomen met

$$\text{symplyfy}(p)$$

in plaats van de vereenvoudigde vorm van  $p$ . Hetzelfde gebeurt als u een procedure gebruikt uit een bibliotheek die niet geladen is. Als zo'n ‘Maple-woord’ ongewijzigd in de uitvoer terugkomt, dan betekent dat bijna altijd dat Maple het niet kent. Het is dus van belang om altijd even in de uitvoer van een Maple-commando op het scherm te controleren of er geen gekke dingen in staan, óók als die uitvoer er nogal ingewikkeld uit mocht zien.

Als Maple niet doet wat u verwacht, kunt u het best in eerste instantie de volgende strategie volgen:

- Controleer of de door u gebruikte variabelen een waarde hebben die u verwacht. Dit gaat eenvoudig met “a;” om de waarde van  $a$  op te vragen.
- Doe `restart` en voer alle relevante statements in de juiste volgorde opnieuw uit (vergeet niet de eventueel gebruikte bibliotheek opnieuw te laden).

Ten slotte, nogmaals: *maak er een gewoonte van om regelmatig uw sessie op te slaan*. Doe het in elk geval ook steeds vóóordat u Maple een opdracht geeft die u niet helemaal vertrouwt.

### Opgave 1.1

Bereken  $3(4 + 5)$  met Maple.

Bekijk ook het resultaat van de foutieve invoer

(a)  $(4+5)3$ ;

(b)  $3(4+5)$ ;

*Opmerking:* bij (b) krijgt u *geen* foutmelding, maar een verkeerd antwoord. Zie §3.3 voor een verklaring.

### Opgave 1.2

(a) Gebruik het Expression-palet om  $\int(x^2 + 1) dx$  te berekenen;

(b) Differentieer het resultaat om het antwoord te controleren.

(c) Dezelfde vragen voor de integraal van  $e^{ax}$ ;

*Aanwijzing:* Gebruik voor  $e^{ax}$  *niet*  $a^b$  van het palet, maar  $e^a$ .